

文章编号 1004-924X(2009)05-1001-07

# 扫描全息术中菲涅耳波带板的衍射问题

孙萍<sup>1</sup>, 王瑜<sup>1</sup>, 莫晓丽<sup>2</sup>, 谢敬辉<sup>2</sup>, 刘大禾<sup>1</sup>

(1. 北京师范大学 应用光学北京市重点实验室, 北京 100875;

2. 北京理工大学 信息科学技术学院, 北京 100081)

**摘要:** 为了提高扫描全息成像系统的分辨力, 理论分析和实验研究了对系统起重要作用的编码孔径—菲涅耳波带板的衍射问题。对波带板的菲涅耳衍射积分方程进行了数值求解, 计算时考虑了透镜的位相调制作用。为了使分析问题简化, 通过对比有透镜时波带板的衍射强度分布, 求解出无透镜时具有相同分布的等效距离, 同时引入了菲涅耳虚衍射面的概念。为了定量描述波带板的衍射效应, 定义了临界衍射距离。实验结果表明: 当波带板环数为10环、半径为0.75 cm, 透镜焦距为7 cm时, 临界衍射距离约为16 cm。若其它条件不变, 增大透镜焦距或增加波带板环数, 临界衍射距离均增大。等效距离的引入简化了复杂的含透镜系统的分析, 临界衍射距离的提出量化了系统参数对衍射效应的影响。研究结果对扫描全息成像系统的结构设计具有指导意义。

**关键词:** 菲涅耳衍射; 菲涅耳波带板; 扫描全息术; 临界衍射距离; 等效距离

**中图分类号:** O438.1 **文献标识码:** A

## Fresnel-zone-plate diffraction in scanning holography

SUN Ping<sup>1</sup>, WANG Yu<sup>1</sup>, MO Xiao-li<sup>2</sup>, XIE Jing-hui<sup>2</sup>, LIU Da-he<sup>1</sup>

(1. *Beijing Area Major Laboratory of Applied Optics, Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;*

2. *School of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*)

**Abstract:** In order to improve the resolving power of a scanning holographic system, the diffraction of a Fresnel-zone-plate (FZP) functioning as a coding aperture was studied. In consideration of the lens as a phase modulator, the integral diffraction equation of the FZP was solved digitally. As compared with the distribution of the diffraction intensity with and without a lens, an equivalent distance was introduced to simplify the analyses and a virtual Fresnel diffraction plane was proposed accordingly. Meanwhile, a critical diffraction distance was defined to describe the diffraction effect of the FZP quantitatively. Experimental results indicate that the critical diffraction distance is 16 cm, when the number of fringes and the radius of the FZP are 10 and 0.75 cm respectively and the focal length of lens is 7 cm. Furthermore, the critical diffraction distance increases as the focal length of lens or number of fringes of FZP increase. These results reported here show that the complicated system can be simplified due to the introduction of the equivalent distance and the diffraction effects influenced by some

收稿日期: 2008-06-29; 修订日期: 2008-08-10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 60577011)

factors can be quantified by proposal of the critical diffraction distance, which can provide directions for the imaging system design.

**Key words:** Fresnel diffraction; Fresnel-zone-plate; scanning holography; critical diffraction distance; equivalent distance

## 1 引言

菲涅耳波带板(FZP)扫描全息术<sup>[1-2]</sup>结合了编码孔径成像技术(Coded Aperture Imaging, CAI)<sup>[3-4]</sup>和光学扫描全息术(Optical Scanning Holography, OSH)<sup>[5]</sup>,是一种新型的三维成像技术,该技术以对嵌埋在高散射介质中的吸收体成像,在生物医学成像领域里具有潜在的应用前景<sup>[1,6]</sup>。FZP扫描全息成像系统,借助液晶空间光调制器(Spatial Light Modulator, SLM)对照明光场进行强度空间调制,通过计算机在 SLM 上实时生成 FZP 光场分布,将其透过率函数作为编码函数。为了消除 SLM 像素结构形成的高级次衍射光,在 SLM 后面加了一个透镜并在其空间频谱面上放置一个小孔光阑,滤掉 SLM 的高阶频谱,只保留零级光通过,而成像系统直接采用经滤波后的 FZP 投影光强的分布函数作为编码函数。这种配置要求照射在物体上的编码图形满足理想的 FZP 光强分布,以保证获得精确的编码像,并由编码像精确地再现物体,使得成像系统具有较高的分辨力。造成编码图形畸变主要因素有两个:一是高散射介质的多次漫散射作用使得 FZP 光场发生变化;二是 FZP 对入射光的衍射作用使得 FZP 的投影偏离理想的 FZP 光强分布。在前期工作中,作者采用蒙特卡罗方法分析了第一个因素的影响<sup>[6]</sup>。ROTTERN A M<sup>[7]</sup>对 FZP 编码孔径的衍射问题做过比较详细的分析,他将 FZP 的衍射视为各个环的衍射振幅的叠加,而每一个环由两个圆孔相减得来,采用多项式展开的方法来分析问题。这种方法当 FZP 环数很多时变得十分繁琐,而且仅局限于二值波带板。

本文分析影响扫描全息成像系统分辨力的第二个因素,即 FZP 对入射光的衍射效应造成的编码图形的畸变。对可能带来衍射效应的系统参数—透镜焦距  $f$ 、波带板环数  $N$  和半径  $R$ ,进行了

理论分析和实验研究,本文的研究可对 FZP 扫描全息术中波带板的设计、成像物体与透镜的距离以及透镜焦距的选取提供理论依据。

## 2 理论计算

### 2.1 菲涅耳波带板衍射复振幅解析表达式

以  $R=0.75\text{ cm}$ 、 $N=10$  的 FZP 为例来分析衍射问题,此时 FZP 最外环宽度约为  $0.02\text{ cm}$ 。本文在距离为  $10\text{ cm}$  数量级时讨论问题,可以认为这个距离远远大于最外环宽度,满足菲涅耳近似条件。因此,可以采用菲涅耳衍射公式分析 FZP 的衍射效应。

图 1 为光线传播示意图。单位振幅单色平面波垂直照射在由 SLM 显示的波带板上,在透镜 L 的后焦点处放置的小孔光阑 A 起低通滤波作用, P 是观察面。以透镜 L 中心为原点建立笛卡尔坐标系,波带板到透镜的距离  $d_1$ 、透镜到观察面的距离  $d_2$  均为代数量。在  $d_1$  和  $d_2$  区域皆发生菲涅耳衍射。在此坐标系下正弦型 FZP 的振幅透过率函数为<sup>[1]</sup>:

$$t(x_1, y_1) = 1 + \sin\left(\pi \frac{x_1^2 + y_1^2}{\lambda z}\right), \quad (1)$$

式中,  $\lambda$  为入射光波长,  $z$  为设计波带板时点光源与波带板的距离,对应波带板半径为  $R$  时的环数为  $N=R^2/2\lambda z$ 。

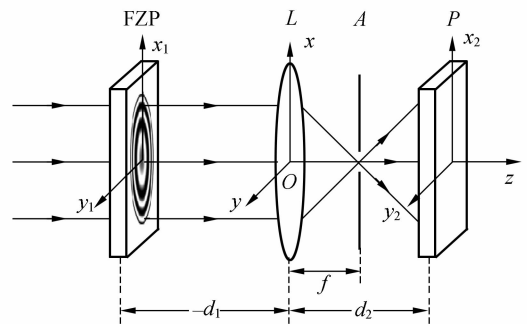


图 1 光线传播示意图

Fig. 1 Schematic diagram of light propagation

由菲涅耳衍射公式可以得到,在透镜前表面任意一点复振幅的解析表达式为(忽略常位相因子)<sup>[8]</sup>:

$$U(x,y) = -\frac{1}{j\lambda d_1} \iint \text{cir}\left(\frac{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}{R}\right) \left[1 + \sin\left(\pi \frac{x_1^2+y_1^2}{\lambda z}\right)\right] \exp\left[-j\pi \frac{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}{\lambda d_1}\right] dx_1 dy_1, \quad (2)$$

上式积分号内第一项的圆域函数表示菲涅耳波带

$$U(x_2,y_2) = \frac{1}{-\lambda^2 d_1 d_2} \iint \left\{ \text{cir}\left(\frac{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}{R}\right) \left[1 + \sin\left(j\pi \frac{x_1^2+y_1^2}{\lambda z}\right)\right] \exp\left(j2\pi \frac{\eta}{\lambda}\right) dx_1 dy_1 \right\} dx dy, \quad (4)$$

$$\eta = -\frac{x^2+y^2}{2f} + \frac{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}{-2d_1} + \frac{(x_2-x)^2+(y_2-y)^2}{2d_2}. \quad (5)$$

将积分式(4)中的指数部分配成  $x, y$  的完全平方,先对  $x, y$  进行积分得到一个常数,于是得到观察面的波带板的复振幅如下:

$$U(x_2,y_2) = C \exp\left[j2\pi\xi \frac{(x_2+y_2)^2}{\lambda}\right] F \cdot \left\{ \text{cir}\left(\frac{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}{R}\right) \left[1 + \sin\left(j\pi \frac{x_1^2+y_1^2}{\lambda z}\right)\right] \exp\left[j2\pi\mu \frac{(x_1+y_1)^2}{\lambda}\right] \right\}, \quad (6)$$

式中,  $C$  为常量,  $F$  表示傅里叶变换,  $\mu$  和  $\xi$  是引入的参数,其中:

$$\begin{cases} \mu = \frac{1}{-2d_1} - \left[2d_1^2 \left(\frac{1}{-f} + \frac{1}{-d_1} + \frac{1}{2d_2}\right)\right]^{-1} \\ \xi = \frac{1}{2d_2} - \left[2d_2^2 \left(\frac{1}{-f} + \frac{1}{-d_1} + \frac{1}{d_2}\right)\right]^{-1} \end{cases}. \quad (7)$$

将式(6)与菲涅耳衍射公式<sup>[8]</sup>对比可知,在观察面  $P$  上的衍射图样与无透镜时距离波带板为  $1/2\mu$  的衍射图样相同,不同的是二者相差一个缩放因子。这里把  $1/2\mu$  称为等效距离  $d$ ,它可以由下式求解

$$d = \frac{1}{2\mu} = \left[ \frac{1}{-d_1} - \frac{1}{d_1^2 \left(\frac{1}{-d_1} - \frac{1}{f} + \frac{1}{d_2}\right)} \right]^{-1}. \quad (8)$$

由上式可以给出  $d_2$  与  $d$  之间的关系,如图 2 所示。由图可见,  $d_2$  与  $d$  之间的关系虽然比较复杂,但一一对应。例如,当  $d_1 = -3 \text{ cm}, f = 7 \text{ cm}, d_2 = 7 \text{ cm}$  时,  $d = \infty$ ,这时观察面上出现波带板的夫琅和费衍射图样。又如,当  $d_1 = -3 \text{ cm}, f = 7$

板的尺寸是有限的。

若将透镜的孔径视为无限大,就可以不考虑它的衍射作用,则透镜相当于一个位相调制器,其后表面的复振幅为:

$$U'(x,y) = U(x,y) \exp\left(-j\pi \frac{x^2+y^2}{\lambda f}\right), \quad (3)$$

由透镜的后表面到观察面  $P$  的菲涅耳衍射复振幅可以表示为(同样忽略常位相因子):

$\text{cm}, d_2 = 16 \text{ cm}$  时,  $d = -9.4 \text{ cm}$ ,这里  $d$  为负数,意味着观察平面位于透镜的左侧,这个要求在物理上似乎难以理解。GASKILL<sup>[9]</sup>在研究用发散球面波照明的情况下透镜的衍射效应时,发现观察平面必须位于透镜的左侧,才能观察到位于透镜右侧的透明片的夫琅和费衍射图样,于是提出虚夫琅和费衍射平面的概念。借助于 GASKILL 的思想,本文在此引入虚菲涅耳衍射平面的概念,与此平面相应的虚复振幅在形式上和式(2)相同。

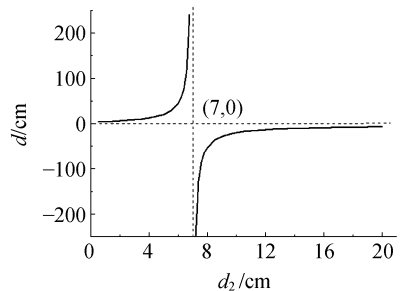


图 2  $d_2$  与  $d$  的关系曲线

Fig. 2 Relationship between  $d_2$  and  $d$

引入等效距离可以把复杂的含透镜系统的研究简化,通过对等效的无透镜系统的衍射问题进行分析,就可以得到相应的含透镜系统的情况。

### 2.2 数值积分

菲涅耳衍射的积分形式只有在极少数的情形下能够得到解析解,衍射面上的光强分布往往需要通过数值解来分析。根据式(6)和式(8)进行数值计算,得到正弦型 FZP 在距离透镜不同距离  $d_2$  处观察屏上的衍射情况,计算中采用的参数为:  $\lambda = 632.8 \text{ nm}, R = 0.75 \text{ cm}, N = 10, f = 7 \text{ cm}, d_1 =$

-3 cm,  $d_2 = 7.5 \sim 100$  cm。在此需要说明的是, 由于透镜 L 和光阑 A 之间的距离只有 7 cm, 在实际应用中, 成像物体将不放置这个有限的空间内, 因此, 计算时不考虑  $d_2 < 7$  cm 的情况。图 3 给出了部分计算结果, 图中曲线的含义是, 在不同距离  $d_2$  处以 FZP 衍射图样中心为原点, 沿半径方向的光强分布。计算结果表明: 在  $d_2$  较小时, 波带板产生明显的衍射效应, 原有的光强分布发生了不同程度的畸变, 随着  $d_2$  的增加, 衍射效应逐渐减弱; 当  $d_2$  增大到 16 cm 时, 最后两环之间的衍射峰强度恰好为最后一环中心主极大强度的 50%; 当距离继续增大时, 观察不到明显的衍射现象, 观察面上得到的光强分布基本符合 FZP 的测量分布函数。

在此提出临界衍射距离的概念, 它的定义是: 当衍射图样最后两环之间衍射峰强度为最后一环中心主极大强度的 50% 时, 这两个环恰可分辨, 此时观察屏与透镜的距离为临界衍射距离  $d_c$ 。当观察屏处于临界衍射距离位置时, 衍射图样的

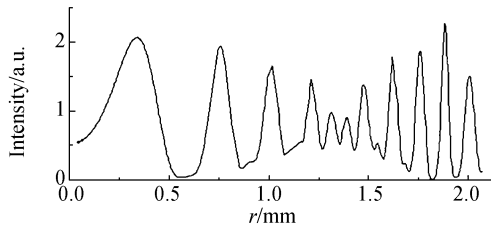
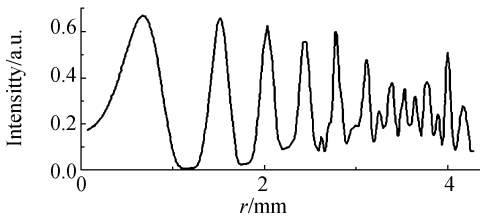
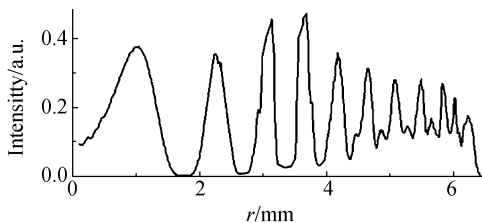
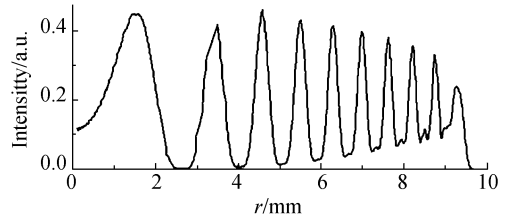
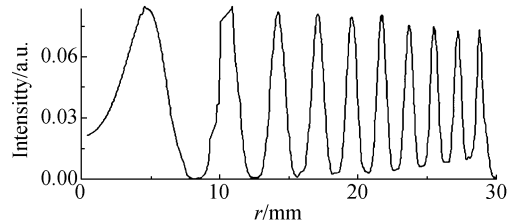
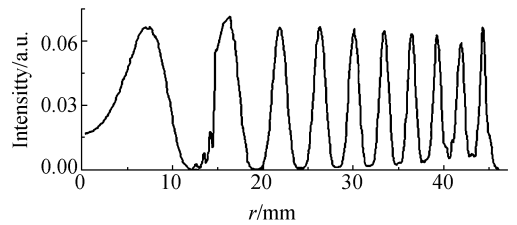
(a)  $d_2 = 9$  cm(b)  $d_2 = 11$  cm(c)  $d_2 = 13$  cm(d)  $d_2 = 16$  cm(e)  $d_2 = 35$  cm(f)  $d_2 = 50$  cm

图 3 不同距离  $d_2$  处 FZP 衍射径向光强分布曲线  
Fig. 3 Intensity distribution of FZP diffraction at different  $d_2$

光强分布仍可以用波带板的光强分布函数来描述。

### 3 实验结果及分析

图 4 为实验装置图, 虚框内同图 1。He-Ne 激光器发出的光经透镜  $L_1$  准直扩束形成平行光照射到 FZP 上, 入射光波长、FZP 的环数及半径

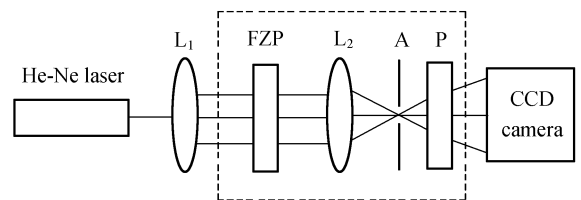


图 4 实验装置图

Fig. 4 Schematic diagram of experimental setup

等实验参数与数值计算时相同。FZP 经透镜  $L_2$  在接收屏 P 上形成衍射图样。移动接收屏并观察 FZP 衍射图形,同时用 CCD 摄像机记录不同位置的结果。实验中选择  $d_2 = 7.5 \sim 40$  cm,每隔 0.5 cm 采集一幅图像,每一个位置共采集 5 幅图像。图 5 给出了部分实验与理论计算结果的对比图像。为了使图像清晰可辨,图 5 只截取了原始图像的 1/4。为了显示衍射环的可视效果,图像进行了对比度增强处理,因此,图像的灰度并不表示实际光强的大小,但这并不影响问题分析。对图 5(e)进行灰度统计,即取第 9 环和第 10 环之间的衍射峰的灰度平均值(一个圆周上的灰度平均值),与第 10 环的中央主极大的灰度平均值作比较,二者的比值为 45%(5 幅图像的平均值),略低于理论上定义的 50%。CCD 接收靶面的定位、光源功率的稳定性是造成实验误差的主要原因。

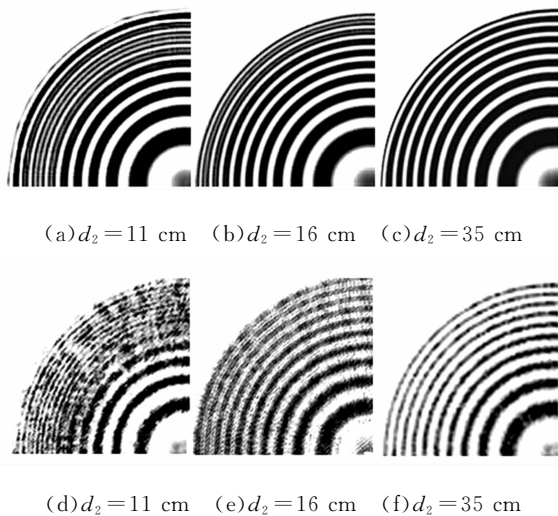


图 5  $d_2$  不同时 FZP 衍射图形的理论计算(第一行)和实验结果(第二行)比较

Fig. 5 Diffraction patterns of FZP of numerical integration (top) and experimental results (bottom) at different distance  $d_2$

当把透镜  $L_2$  换成焦距为 10 cm 的透镜并保持其它条件不变时,实验得到的临界衍射距离明显增大,测量结果约为 40 cm。

对半径同样为 0.75 cm,但环数分别为 8 环和 15 环的波带板的实验结果表明:半径相同时随着  $N$  增加,临界衍射距离也随之增大。在采用的

透镜焦距(7 cm)不变的情况下,得到 8 环和 15 环的波带板的临界衍射距离分别约为 12 cm 和 70 cm。

而对于同样为 10 环但半径不同的波带板,在其它参量保持不变的情况下,临界衍射距离也发生很大变化。当  $R = 1$  cm,  $N = 10$  时,  $d_c \approx 11$  cm;而  $R = 0.5$  cm,  $N = 10$  时,  $d_c \approx 90$  cm。

## 4 讨 论

(1)对于 FZP 扫描全息成像系统来说,波带板环数  $N$  应该尽量大,这样有利于提高系统的分辨力。透镜焦距  $f$  和成像物体与透镜的距离  $d_2$  应该尽量小,这样可使系统小型化。从以上实验结果分析可知,当  $N, R$  一定时,  $f$  增大,  $d_c$  增加;当  $f, R$  一定时,  $N$  增大,  $d_c$  增加;当  $f, N$  一定时,  $R$  增大,  $d_c$  减小。这意味着在其它条件相同的情况下,环数较多的波带板会造成近距离内较明显的衍射,从而降低系统的分辨力;而在较远处尽管衍射现象不明显,但是透镜的放大作用使实际投影在待成像物体上的环数减少,并且光强也大大降低,同样也会降低系统的分辨力。要解决系统对波带板环数的要求和成像物体与透镜距离的要求之间存在的矛盾,就需要在保证成像质量的前提下,尽可能采用环数较少、半径较大的波带板和焦距较小的透镜以减小临界衍射距离。例如,采用以下参数可以满足系统对成像的要求:当  $N = 10, R = 0.75$  cm,  $f = 7$  cm 时,  $d_2 = 16$  cm。

(2)在实际的 FZP 扫描全息术中既可以采用平行光入射,也可以采用发散光入射。对于发散光入射的情形依然可以采取以上方法来分析衍射问题。分析表明,在其它条件相同的情况下,发散球面波入射比平面波入射时衍射图样的放大倍数要明显减小,能够更好地满足成像系统的要求。但是发散球面波入射时临界衍射距离  $d_c$  要明显增大,例如,使用距离波带板 40 cm 的点光源入射而保持其它参量和上述数值模拟参量相同时,  $d_c$  增大到 20 cm。

(3)对  $d_2 > 50$  cm 的数值计算结果是:衍射图

样随着  $d_2$  增加而不断放大,同时强度减弱,但始终没有再出现明显的衍射峰。实验结果也表明,在实验室尺度(10 m)内也没有观察到衍射现象。

(4)文献[6]研究了光束入射到高散射介质中时,FZP 图形由于介质的漫散射作用引起强度分布变化的规律,本文又研究了 FZP 在均匀空气介质中的衍射效应,只有将二者结合起来,才能完整地理解波带板对成像系统分辨力的影响。

(5)本文对于菲涅耳波带板衍射的分析方法亦可以应用于研究其它孔径的菲涅耳衍射。

## 参考文献:

- [1] SUN P, XIE J H. Method for reduction background artifacts of images in scanning holography with a Fresnel-zone-plate coded aperture[J]. *Appl. Opt.*, 2004, 43(21):4214-4218.
- [2] INDEBETOUW G, KLYSUBUN G, KIM T, *et al.*. Imaging properties of scanning holography microscopy[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, 17(3):380-390.
- [3] CHEN J, LIU L H, LIU G, *et al.*. X-ray imaging Fresnel zone plates and fabrication[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(12): 1894-1899.
- [4] 肖凯,刘颖,付绍军. 振幅矢量叠加法分析 X 射线波带片加工误差对效率的影响[J]. *光学精密工程*, 2005, 13(6): 643-649.
- XIAO K, LIU Y, FU SH J. Analysis of the influence of fabrication errors on the efficiency of X-ray zone plates by summing up the wavelets[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005, 13(6): 643-649. (in Chinese)

## 作者简介:



孙 萍(1963—),女,吉林长春人,博士,北京师范大学物理系高级工程师,主要从事信息光学、光电信息处理和生物光子学等方面的研究。E-mail: pingsun@bnu.edu.cn

## 5 结 论

提出的等效距离简化了复杂的含透镜系统的分析,而引入虚菲涅耳衍射平面的概念又可以加深理解等效距离的物理内含;提出的临界衍射距离可以对影响系统分辨力的诸多因素进行定量分析;理论和实验研究结果对扫描全息系统的结构设计具有指导意义。

nese)

- [5] SUN P, XIE J H. Optical heterodyne scanning holography [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2003, 11(5): 502-506.
- [6] 孙萍,谢敬辉. 菲涅耳波带板无运动卷积全息术 [J]. *光子学报*, 2006, 35(5): 738-741.
- SUN P, XIE J H. Holography of Fresnel-zone-plate convolution without motion [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, 35(5): 738-741. (in Chinese)
- [7] ROTTERN A M. Fresnel zone plate diffraction patterns[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1969, 59(12): 1632-1638.
- [8] KLEIN M V. *Optics* [M]. New York: Wiley International Edition, 1970, 366.
- [9] 加斯基耳 J D. 线性系统·傅里叶变换·光学 [M]. 北京:人民教育出版社, 1981, 406-407.
- GASKILL J D. *Linear Systems, Fourier Transforms and Optics* [M]. Beijing: People's Education Press, 1981, 406-407. (in Chinese)



王 瑜(1979—),女,山东威海人,硕士,分别于 2001 年和 2007 年在北京师范大学获得学士、硕士学位,研究方向为信息光学和生物光学。E-mail: wangyufavedit@gmail.com



莫晓丽(1983—),女,贵州贵阳人,博士研究生,2005年于北京理工大学获得学士学位,主要从事数字全息及生物光学方面的研究。E-mail: moxiaoli@gmail.com



刘大禾(1948—),男,北京人,博士,教授,博士生导师,主要从事光散射、光子晶体及信息光学方面的研究。E-mail address: dhliu@bnu.edu.cn



谢敬辉(1946—),男,四川德阳人,教授,博士生导师,1970年毕业于北京工业学院,1982年于清华大学获得硕士学位,1988年于北京理工大学获得博士学位,主要从事全息术、光学信息处理及生物医学光学研究。E-mail: xjh@bit.edu.cn

## ●下期预告

# 电液动力效应的离子拖曳微泵

于 翮<sup>1</sup>,张 强<sup>1</sup>,乔大勇<sup>2</sup>,俞 坚<sup>1</sup>

(1.北京工业大学 传热强化与过程节能教育部重点实验室及传热与能源利用北京市重点实验室,北京 100022; 2.西北工业大学 陕西省微纳米系统实验室,陕西 西安 710072)

介绍了一种新型电子冷却技术—离子拖曳电液动力微泵,运用 MEMS 技术在硅片上加工了离子拖曳微泵并进行了测试,微泵中一组平面电极组成,其中电极的宽度为  $40\ \mu\text{m}$ ,发射极和集电极之间的间距为  $50\ \mu\text{m}$ ,共有 90 对电极对,其中每组电极对之间的距离为  $100\ \mu\text{m}$ 。微泵静压力实验以 HFE7100 和无水乙醇作为工作流体,通过施加直流电压来驱动工作流体,在 200 V 的输入电压条件下,微泵可以得到 250 Pa 的静压力。实验结果表明:微泵的静压力与施加的输入电压成二次方关系,同微通道的高度成反比。通过实验可以发现工作介质的物性参数也是决定泵性能的一个非常重要的因素,选择合适的流体可以提高整个微泵冷却系统的性能。研究还表明微泵的性能与工作寿命和实验环境的洁净度以及工作流体提纯有密切的关系。